Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

BTS Communication

Mathématiques

Session 2017 • Code sujet : **MATGRC1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **2 pour la plupart des spécialités, 3 pour Innovation textile**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Croissance du volume de bois fort d'un plant de Douglas (14 questions) **Page 3**

2. Production et contrôle de conformité de manettes (11 questions) **Page 8**

3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 12**

Sujet officiel (PDF) : https://bts-com.fr/assets/annales/bts-communication/E2 - Mathématiques/2017/BTS Communication - E2 - Mathématiques - Session 2017 - 2-Sujet.pdf

1. Croissance du volume de bois fort d’un plant de Douglas

L’exercice étudie le volume de bois fort d’un plant de Douglas en fonction de son âge, à partir de données statistiques et d’un modèle dynamique. Il mobilise un ajustement affine, une équation différentielle et l’interprétation de courbes pour prévoir le volume et déterminer l’âge conseillé de commercialisation.

Partie 1 : Modèle statistique

Question 1). Compléter le tableau des valeurs de Q = ln(7/V - 1) en fonction de l’âge t, en arrondissant au 10^{-2} près.

On calcule les deux valeurs manquantes avec $Q = \ln(7/V - 1)$, puis on arrondit au centième.

Âge t	**Calcul**	**Valeur de Q**
20	$\ln(7/0,19 - 1)$	3,58
50	$\ln(7/2,11 - 1)$	0,84

Les valeurs déjà indiquées pour 10 et 30 ans sont conservées.

Annexe 1 complétée

t (en années)	10	20	30	50
V (en m^3)	0,09	0,19	0,51	2,11
Q	4,34	3,58	2,54	0,84

mem prof

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

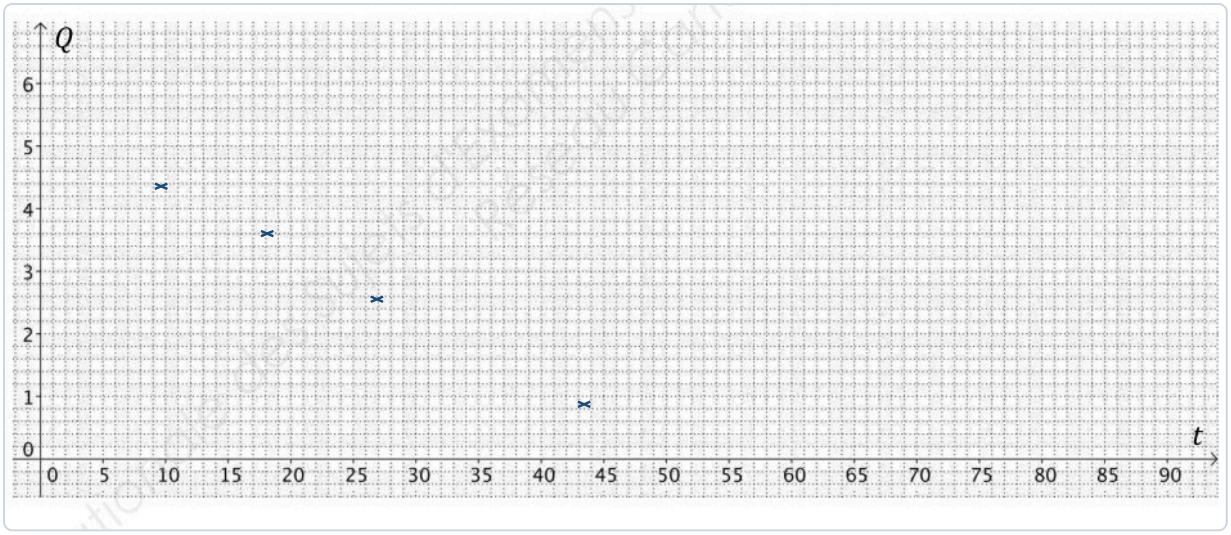
Q : $4,34 ; 3,58 ; 2,54 ; 0,84$.

Question 2). Représenter dans le repère de l’annexe 2 le nuage de points de la série statistique constituée des variables t et Q.

Dans le repère, l’abscisse correspond à l’âge t et l’ordonnée à Q. On place les quatre couples issus du tableau sans les relier : ils forment le nuage statistique.

Le nuage montre une tendance décroissante : les valeurs de Q diminuent avec l’âge.

Nuage de points de la série (t,Q)



✓ RÉPONSE À RETENIR

Points : $(10; 4,34)$, $(20; 3,58)$, $(30; 2,54)$, $(50; 0,84)$.

Question 3). À partir des résultats affichés par la calculatrice, donner une équation de la droite d'ajustement affine de Q en t par la méthode des moindres carrés, en arrondissant les coefficients au 10^{-3} près.

L'écran donne $a = -0,088616$ et $b = 5,26297989$ pour la droite $Q = at + b$. Arrondis au millième, ces coefficients sont $-0,089$ et $5,263$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$Q = -0,089t + 5,263$.

Question 4). En utilisant l'ajustement affine obtenu, déterminer la valeur prévisible de Q lorsque t = 80.

On remplace t par 80 dans la droite d'ajustement arrondie : $Q(80) = -0,089 \times 80 + 5,263$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$Q(80) = -1,857$.

Question 5). À partir de l'ajustement, déterminer le volume de bois fort que l'on peut espérer tirer du plant de Douglas lorsqu'il aura 80 ans.

De $Q = \ln(7/V - 1)$, on déduit $V = 7/(1 + e^{Q})$. Avec $Q(80) = -1,857$, le volume prévisible vaut $7/(1 + e^{-1,857})$, soit environ $6,06\ \text{m}^3$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

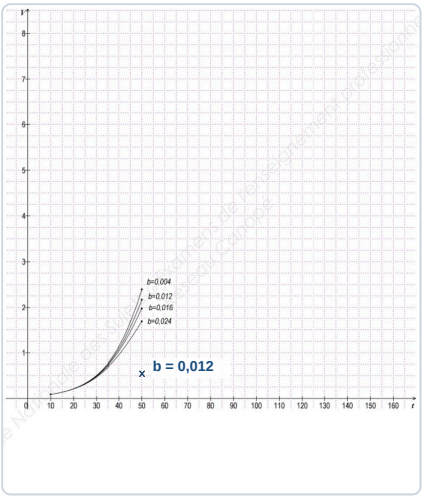
Volume prévisible à 80 ans : $6,06\ \mathrm{m}^3$.

Partie 2 : Modèle dynamique

Question 1). À partir du graphique de l'annexe 3, qui présente des courbes de volume pour différentes valeurs de b, expliquer pourquoi la valeur b = 0,012 convient au plant de Douglas étudié.

Le tableau indique un volume de $2,11\ \mathrm{m}^3$ à 50 ans. Sur l'annexe 3, la courbe qui passe par ce volume pour $t = 50$ est celle étiquetée $b = 0,012$. Elle correspond donc au plant étudié.

Courbe correspondant au plant étudié



✓ RÉPONSE À RETENIR

$b = 0,012$.

Question 2.a). Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation différentielle homogène (E0) : y' + 0,088y = 0.

L'équation homogène $y' + 0,088y = 0$ a pour solutions des fonctions exponentielles. En effet, en posant $y(t) = Ce^{-0,088t}$, on vérifie que $y' + 0,088y = 0$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$y(t) = Ce^{-0,088t}$, avec $C \in \mathbb{R}$.

Question 2.b). Démontrer que la fonction constante g, définie sur [10 ; +∞[par g(t) = 0,012/0,088, est une solution particulière de l'équation différentielle (E) : y' + 0,088y = 0,012.

La fonction $g(t) = 0,012/0,088$ est constante, donc $g'(t) = 0$. Ainsi, $g'(t) + 0,088g(t) = 0 + 0,088 \times (0,012/0,088) = 0,012$. Elle est bien une solution particulière de (E).

✓ RÉPONSE À RETENIR

$g(t) = 0,012/0,088$ est une solution particulière de (E).

Question 2.c). En déduire l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E) : y' + 0,088y = 0,012.

Les solutions de (E) s'obtiennent en ajoutant une solution particulière aux solutions de l'équation homogène associée. Elles sont donc de la forme suivante :

✓ RÉPONSE À RETENIR

$y(t) = Ce^{-0,088t} + 0,012/0,088$, avec $C \in \mathbb{R}$.

Question 2.d). Calculer f(10), puis déterminer la solution particulière f de l'équation différentielle (E) qui correspond au plant de Douglas étudié.

Comme $f(t) = 1/V(t)$, le tableau donne $f(10) = 1/0,09$. Dans la solution générale, cette condition fixe la constante : $C = (1/0,09 - 0,012/0,088)e^{0,088\times 10} \approx 26,46$. On obtient la solution correspondant au plant.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f(10) = 11,111$ et $f(t) \approx 26,46e^{-0,088t} + 0,13636$.

Question 3.a). Sachant que le volume est donné par V(t) = 1/(26,46e$^{-0,088t}$ + 0,14), déterminer le volume de bois fort que l'on peut espérer lorsque le plant aura 80 ans.

On remplace t par 80 dans l'expression donnée : $V(80) = 1/(26,46e^{-0,088\times 80} + 0,14)$. On obtient environ $6,13\ \text{m}^3$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

À 80 ans : $V(80) \approx 6,13\ \text{m}^3$.

Question 3.b). Expliquer pourquoi la courbe représentative de la fonction V admet une asymptote horizontale et en donner une équation.

Quand t tend vers $+\infty$, $e^{-0,088t}$ tend vers 0. Le dénominateur tend vers $0,14$, donc $V(t)$ tend vers $1/0,14$. La courbe admet ainsi une asymptote horizontale.

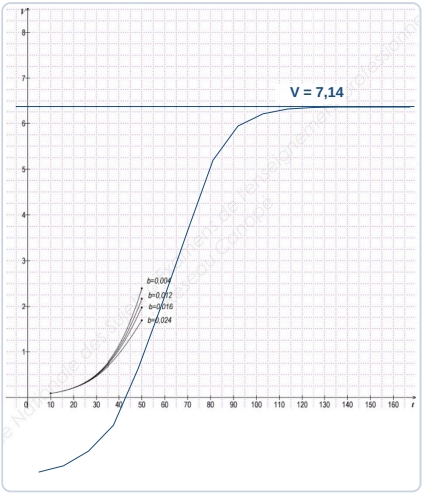
✓ RÉPONSE À RETENIR

Asymptote horizontale : $V = 1/0,14 \approx 7,14$.

Question 3.c). Tracer l'asymptote sur le graphique de l'annexe 3 et compléter la courbe représentative de V. L'étude des variations de V n'est pas attendue.

L'asymptote est la droite horizontale $V = 7,14$. La courbe de $V(t) = 1/(26,46e^{-0,088t} + 0,14)$ part près de $(10; 0,09)$, passe près de $(50; 2,11)$ et se rapproche de cette droite.

Courbe de V et asymptote horizontale



✓ RÉPONSE À RETENIR

Tracer la courbe de $V(t)$ et l'asymptote $V = 7,14$.

Question 4). L'Office National des Forêts conseille de commercialiser les Douglas lorsqu'ils ont atteint 85 % de leur volume limite. Déterminer à quel âge il est conseillé de commercialiser le plant étudié.

Le volume limite vaut $1/0,14$. Il faut atteindre 85 % de cette valeur, donc résoudre $V(t) = 0,85/0,14$. Ainsi, $26,46e^{-0,088t} + 0,14 = 0,14/0,85$, d'où $t = -\ln((0,14/0,85 - 0,14)/26,46)/0,088 \approx 79,3$ ans.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Commercialisation conseillée vers 79 ans.

2. Production et contrôle de conformité de manettes

Une entreprise d'injection plastique fabrique les demi-coques des manettes d'une console XS5. L'exercice porte sur la probabilité qu'une coque soit conforme, un test d'hypothèse surveillant le réglage de la presse, puis la probabilité et le nombre moyen de manettes défectueuses dans des lots de 50.

Partie 1 : Production

Question 1. La masse X d'une demi-coque supérieure suit une loi normale d'espérance 63 g et d'écart-type 0,45 g. Une demi-coque est conforme si sa masse est supérieure à 62 g. Calculer la probabilité qu'une demi-coque supérieure choisie au hasard soit conforme.

On pose **Z = (X - 63) / 0,45**, qui suit la loi normale centrée réduite. Pour la limite de conformité de 62 g, on obtient z = (62 - 63) / 0,45 ≈ -2,22. Ainsi, P(X > 62) = P(Z > -2,22) = P(Z < 2,22). La lecture de la loi normale donne une probabilité d'environ 0,9869. La masse étant une variable continue, le fait d'exiger une masse strictement supérieure à 62 g ne change pas le calcul.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> **P(X > 62) ≈ 0,9869, soit 98,69 %.**

Partie 2 : Contrôle de la conformité

Question 1). Pour le test unilatéral dont l'hypothèse alternative est H1 : m < 63, donner l'hypothèse nulle H0.

L'hypothèse alternative est unilatérale à gauche : elle correspond à une masse moyenne inférieure à la valeur de référence de 63 g. L'hypothèse nulle exprime l'absence de baisse. Dans ce test, elle fixe donc la moyenne à la valeur de référence, soit 63 g. On écrit cette hypothèse sous la forme d'une égalité, conformément au modèle de test indiqué dans l'énoncé.

H_0 : m = 63.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> **H_0 : m = 63 g.**

Question 2). Parmi les trois propositions, recopier la région de rejet correcte du test au seuil de 5 % sous l'hypothèse nulle. Une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée.

L'alternative m < 63 conduit à un test unilatéral à gauche. Sous l'hypothèse nulle, la moyenne d'échantillon suit une loi normale de moyenne 63 et d'écart-type 0,045. Au seuil de 5 %, la borne critique est 63 - 1,645 × 0,045 = 62,925975, soit 62,926 g. On retient donc la proposition dont la région contient les valeurs inférieures ou égales à cette borne.

- La bonne proposition est a).

✓ RÉPONSE À RETENIR

Réponse a) :]-∞ ; 62,926].

Question 3). Énoncer la règle de décision du test d'hypothèse.

La décision repose sur la moyenne observée des 100 demi-coques et sur la région de rejet du test au seuil de 5 %, déterminée à la question précédente. La moyenne doit être comparée à 62,926 g. Une valeur assez faible pour appartenir à cette région constitue un argument en faveur d'une baisse de la masse moyenne. Hors de cette région, le test ne permet pas de conclure à une baisse.

1. Si $\bar{x} \leq 62{,}926$ g, rejeter H_0.
2. Si $\bar{x} > 62{,}926$ g, ne pas rejeter H_0.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Rejeter H_0 si $\bar{x} \leq 62{,}926$ g ; sinon, ne pas la rejeter.

Question 4). Un échantillon de 100 demi-coques a une masse totale de 6 294 g. Au seuil de 5 %, peut-on considérer que la masse moyenne des demi-coques supérieures a baissé ?

La masse totale de 6 294 g pour 100 pièces donne une moyenne observée de 6 294 / 100 = 62,94 g. Or, au seuil de 5 %, la région de rejet est]-∞ ; 62,926]. La moyenne mesurée, 62,94 g, est supérieure à la borne critique et n'appartient donc pas à cette région. On ne rejette pas l'hypothèse nulle : le résultat de cet échantillon ne permet pas d'établir une baisse significative de la masse moyenne.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Non : au seuil de 5 %, la baisse de la masse moyenne n'est pas établie.

Question 5). Déterminer la région de rejet du test unilatéral s'il avait été réalisé au seuil de 1 %.

Pour un test unilatéral à gauche au seuil de 1 %, le quantile critique de la loi normale centrée réduite est environ -2,326. L'écart-type de la moyenne est 0,045 et la moyenne sous l'hypothèse nulle est 63 g. La borne critique vaut donc 63 - 2,326 × 0,045 = 62,89533 g, soit 62,895 g au millième. La région de rejet regroupe les moyennes situées au-dessous de cette borne.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Au seuil de 1 %, la région de rejet est]-∞ ; 62,895].

Partie 3 : Assemblage des manettes

Question 1). Les demi-coques supérieures ont une probabilité de non-conformité de 1,3 % et les demi-coques inférieures de 2 %, les choix des pièces étant indépendants. Démontrer que la probabilité qu'une manette soit défectueuse, c'est-à-dire qu'au moins une de ses deux demi-coques soit non conforme, est 0,0327 à 10^{-4} près.

On calcule d'abord la probabilité que les deux demi-coques soient conformes. Par indépendance, elle vaut (1 - 0,013)(1 - 0,02) = 0,987 × 0,98. Une manette est défectueuse dès qu'au moins une pièce est non conforme : cet événement est le complément de « les deux pièces sont conformes ». Ainsi, la probabilité cherchée vaut 1 - 0,987 × 0,98 = 0,03274. Arrondie à 10^{-4} près, elle donne 0,0327.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> **La probabilité qu'une manette soit défectueuse est 0,0327, soit 3,27 %.**

Question 2.a). Pour un lot de 50 manettes, sachant que 3,27 % des manettes sont défectueuses et que le tirage peut être assimilé à un tirage avec remise, justifier que la variable Y comptant les manettes défectueuses suit une loi binomiale et en donner les paramètres.

Pour chacune des 50 manettes, il y a deux issues : la manette est défectueuse ou elle ne l'est pas. La probabilité de l'issue « défectueuse » est identique pour chaque tirage, égale à 0,0327. Le choix du lot est assimilé à 50 tirages avec remise, donc les issues sont indépendantes. Le nombre Y de manettes défectueuses compte alors les succès de 50 épreuves de Bernoulli identiques.

Y suit la loi binomiale de paramètres n = 50 et p = 0,0327.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> **Y suit la loi binomiale B(50 ; 0,0327).**

Question 2.b). Calculer la probabilité qu'aucune manette du lot de 50 ne soit défectueuse.

L'événement Y = 0 signifie qu'aucune des 50 manettes n'est défectueuse. La probabilité qu'une manette ne soit pas défectueuse est 1 - 0,0327 = 0,9673. Les tirages étant indépendants, on multiplie cette probabilité pour les 50 pièces : $P(Y = 0) = 0{,}9673^{50} \approx 0{,}1897$. Ce calcul donne la probabilité d'obtenir un lot entièrement conforme.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> **P(Y = 0) ≈ 0,1897, soit environ 18,97 % des lots.**

Question 2.c). Calculer P(Y ≥ 2), puis interpréter le résultat dans le contexte d'un lot de 50 manettes.

On utilise l'événement complémentaire : P(Y ≥ 2) = 1 - P(Y = 0) - P(Y = 1). Pour la loi binomiale, P(Y = 1) = 50 × 0,0327 × $0,9673^{49}$. Ainsi, P(Y ≥ 2) = 1 - $0,9673^{50}$ - 50 × 0,0327 × $0,9673^{49}$ ≈ 0,4897. Autrement dit, un lot de 50 a environ 49 % de chances de contenir au moins deux manettes défectueuses.

✓ RÉPONSE À RETENIR

P(Y ≥ 2) ≈ 0,4897 : environ 48,97 % des lots contiennent au moins deux manettes défectueuses.

Question 2.d). Calculer l'espérance E(Y) et préciser ce que représente ce nombre dans le cadre d'un grand nombre de lots.

Pour une variable Y qui suit une loi binomiale de paramètres n et p, l'espérance est E(Y) = np. Avec n = 50 et p = 0,0327, on obtient E(Y) = 50 × 0,0327 = 1,635. Cette espérance n'est pas un nombre entier de pièces pour un lot particulier. Sur un grand nombre de lots de 50 manettes, le nombre moyen de manettes défectueuses par lot se rapproche de 1,635.

✓ RÉPONSE À RETENIR

E(Y) = 1,635 manette défectueuse en moyenne par lot de 50.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2017)

Bilan de l'épreuve : Épreuve de mathématiques du BTS, groupement C1, session 2017, code MATGRC1, d'une durée de 2 heures et de coefficient 2 ou 3 selon la spécialité. Le sujet étudie la croissance du bois fort d'un Douglas et la conformité de manettes. Il évalue l'ajustement statistique, les équations différentielles, les lois normale et binomiale ainsi que le test d'hypothèse.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Avec Q = ln(7/V - 1), le volume se retrouve par V = 7/(1 + e^Q).
- Pour y' + ay = b, une solution générale est la somme d'une solution homogène et d'une solution particulière, ici la constante b/a.
- Le nombre de pièces défectueuses dans n essais indépendants de probabilité p suit une loi binomiale B(n, p), d'espérance np.
- Pour deux pièces indépendantes, la probabilité qu'au moins l'une soit défectueuse vaut 1 moins la probabilité qu'elles soient toutes deux conformes.

Points de vigilance & attentes du jury

- Respecter les unités, les variables et la précision d'arrondi demandée, notamment pour le tableau et l'ajustement affine.
- Pour le test unilatéral, relier le sens de l'hypothèse alternative à la bonne queue de la loi et à la région de rejet.
- Convertir la masse totale de l'échantillon en masse moyenne avant de la comparer au seuil critique.
- Avant d'utiliser une loi binomiale, vérifier les essais indépendants, le nombre fixe d'essais et la probabilité constante.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment passer de la valeur estimée de Q au volume de bois fort ?

À partir de Q = ln(7/V - 1), on isole V et on obtient V = 7/(1 + e^Q). Il suffit de remplacer Q par la valeur estimée, puis d'exprimer le résultat en mètres cubes.

Q : Comment choisir la région de rejet pour le test sur la masse moyenne ?

L'hypothèse alternative m < 63 correspond à un test unilatéral à gauche. Sous l'hypothèse nulle, on compare la moyenne observée au seuil inférieur associé au niveau du test, avec l'écart-type de la moyenne égal à 0,045 g.

Q : Comment organiser le temps et les documents à rendre ?

L'épreuve dure 2 heures et comporte deux exercices notés sur 11 et 9 points. Répartissez le temps en fonction des points et gardez quelques minutes pour vérifier et rendre les annexes 1, 2 et 3 complétées.

Q : Quels éléments de présentation sont explicitement pris en compte ?

Le sujet précise que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont évaluées. Présentez les formules utiles, justifiez les choix de modèle et respectez les arrondis explicitement demandés.

Sujet officiel associé (PDF) : https://bts-com.fr/assets/annales/bts-communication/E2 - Mathématiques/2017/BTS Communication - E2 - Mathématiques - Session 2017 - 2-Sujet.pdf
Ressources BTS Communication : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.