Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

BTS Communication

Mathématiques

Session 2018 • Code sujet : **MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **Selon la spécialité : 1, 1,5, 2, 2,5 ou 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Modélisation du départ d'un train à très haute vitesse et calcul de l'aire d'une pièce (13 questions) **Page 3**

2. Probabilités et statistiques appliquées à l'obsolescence programmée des smartphones (13 questions) **Page 7**

3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 12**

Sujet officiel (PDF) : https://bts-com.fr/assets/annales/bts-communication/E2 - Mathématiques/2018/BTS Communication - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf

1. Modélisation du départ d'un train à très haute vitesse et calcul de l'aire d'une pièce

Le départ d'un train à propulsion électromagnétique est modélisé par une fonction distance afin d'étudier ses variations et sa vitesse, puis de vérifier l'objectif des ingénieurs. Une pièce dessinée pour aménager les gares est représentée par une région hachurée dont il faut calculer l'aire.

A. Résolution d'une équation différentielle

Question 1°. Résoudre sur [0, +∞[l'équation différentielle homogène y' - 0,2y = 0, en s'appuyant sur la formule fournie.

L'équation est de la forme $y' + ay = 0$, avec $a = -0,2$. D'après la formule fournie, ses solutions sont $y(t) = ke^{-at}$, où k est une constante réelle. Comme $-a = 0,2$, on obtient la famille de solutions sur l'intervalle demandé $[0, +\infty[$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{0,2t}$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 2°. Vérifier que la fonction g définie par g(t) = -15t - 75 est une solution de l'équation différentielle y' - 0,2y = 3t.

1. On dérive la fonction : $g'(t) = -15$.
2. On remplace g et g' dans le membre de gauche : $g'(t) - 0,2g(t) = -15 - 0,2(-15t - 75) = 3t$.

Le membre de gauche est donc égal au second membre pour tout $t \in [0, 3]$. La fonction proposée vérifie bien l'équation différentielle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $g'(t) - 0,2g(t) = 3t$, donc g est une solution de (E).

Question 3°. Déduire des questions précédentes l'ensemble des solutions de l'équation différentielle y' - 0,2y = 3t.

La solution générale de l'équation avec second membre s'obtient en ajoutant une solution particulière à la solution générale de l'équation homogène associée. Ici, une solution particulière est $g(t) = -15t - 75$, et les solutions homogènes sont $ke^{0,2t}$. La constante k est réelle et peut prendre toute valeur.

$$y(t) = ke^{0,2t} - 15t - 75$$

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{0,2t} - 15t - 75$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 4°. Déterminer la fonction f solution de l'équation différentielle vérifiant la condition initiale f(0) = 0, sachant qu'à t = 0 le wagon est au point de départ.

1. La solution générale est $y(t) = ke^{0,2t} - 15t - 75$.
2. La condition initiale donne $f(0) = k - 75 = 0$, donc $k = 75$.
3. On remplace cette constante dans l'expression générale.

La condition au départ détermine ainsi une unique fonction distance, définie pour les temps considérés dans l'exercice.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f(t) = 75e^{0,2t} - 15t - 75 = 75(e^{0,2t} - 1) - 15t$.

B. Étude de fonction et application

Question 1° a). Résoudre sur l'intervalle [0, 3] l'inéquation f'(t) ≥ 0 à partir des expressions de f et de f' fournies par le logiciel de calcul formel.

Le logiciel fournit $f'(t) = 15e^{0,2t} - 15$. Ainsi, $f'(t) \geq 0$ équivaut à $e^{0,2t} \geq 1$. L'exponentielle étant strictement croissante, cela équivaut à $0,2t \geq 0$, donc à $t \geq 0$. Sur le domaine étudié $[0, 3]$, l'inégalité est donc vérifiée partout, avec égalité en $t = 0$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f'(t) \geq 0$ pour tout $t \in [0, 3]$, avec $f'(0) = 0$.

Question 1° b). Déduire de l'étude du signe de f' les variations de la fonction f sur l'intervalle [0, 3].

La dérivée est positive sur $[0, 3]$, donc f est croissante sur cet intervalle. À gauche, $f(0) = 0$. À droite, on évalue l'expression de f en 3. Le tableau ci-dessous résume les variations et les valeurs aux bornes, ce qui montre que la distance parcourue augmente pendant toute la durée étudiée.

t	**0**	**3**
Signe de $f'(t)$	0	+
Variation de f	0	$75(e^{0,6} - 1) - 45 \approx 16,659$

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> f est croissante sur $[0, 3]$, de 0 à environ $16,659$ km.

Question 2°. Déterminer le nombre de kilomètres parcourus par le wagon au bout d'une minute et arrondir le résultat au dixième.

La distance parcourue au bout d'une minute est la valeur de la fonction en $t = 1$. On remplace donc t dans l'expression donnée : $f(1) = 75(e^{0,2} - 1) - 15$. Le calcul donne environ $1,605$ km. L'arrondi demandé est au dixième de kilomètre, donc on conserve un chiffre après la virgule.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Après une minute, le wagon a parcouru environ $1,6$ km.

Question 3° a). La vitesse du wagon à l'instant t correspond à f'(t). En déduire sa vitesse à t = 2 minutes, en kilomètre par minute, et arrondir au dixième.

1. La vitesse instantanée est donnée par $f'(t) = 15e^{0,2t} - 15$, en kilomètres par minute.
2. À deux minutes, $f'(2) = 15(e^{0,4} - 1)$.
3. La valeur obtenue est environ $7,377$ km/min. Arrondie au dixième, elle vaut $7,4$ km/min.

On utilise ici la dérivée, qui représente la vitesse, et non la distance parcourue.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> À $t = 2$, la vitesse est d'environ $7,4$ km/min.

Question 3° b). Dire si l'objectif des ingénieurs est atteint et justifier la réponse en tenant compte de la vitesse cible et de la limite de temps indiquées dans l'énoncé.

La vitesse cible de 400 km/h équivaut à $400/60 \approx 6,667$ km/min. À deux minutes, la vitesse vaut environ $7,377$ km/min, soit $442,6$ km/h. Comme $f'(t) = 15e^{0,2t} - 15$ est continue et strictement croissante sur $[0, 3]$, elle atteint cette cible avant deux minutes.

- La vitesse cible est dépassée avant l'échéance.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Oui, l'objectif est atteint : le wagon dépasse 400 km/h avant deux minutes.

Question 4°. Choisir, parmi les trois propositions, une équation de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 2. Une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée.

La pente de la tangente au point d'abscisse 2 est $f'(2) = 15(e^{0,4} - 1)$. En appliquant la formule de la tangente, son ordonnée à l'origine est $f(2) - 2f'(2) = 45e^{0,4} - 75$. Parmi les trois propositions, il faut donc choisir celle qui comporte cette pente et cette ordonnée à l'origine.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$y = 15(e^{0,4} - 1)t + 45e^{0,4} - 75.$

C. Calcul intégral

Question 1°. Choisir parmi les trois propositions l'aire A1 du rectangle OPQR, en unités d'aire. Une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée.

Sur le schéma, le rectangle $OPQR$ a une largeur de 3 unités, de l'axe des ordonnées jusqu'à P, et une hauteur de $2,25$ unités, donnée par la droite supérieure $y = 2,25$. Son aire est donc le produit de ces deux dimensions : $A_1 = 3 \times 2,25$. Cela correspond à la troisième proposition.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$A_1 = 6,75$ u. a.

Question 2°. Calculer l'aire A2 de la partie du plan limitée par la courbe représentative de g, l'axe des abscisses et les droites x = 0 et x = 3, en exploitant la primitive fournie.

1. Sur $[0, 3]$, $g(x) \geq 0$, donc l'aire vaut $\int_0^3 g(x)\,dx$.
2. Avec la primitive fournie, on obtient $A_2 = \left[\frac{27}{4}\ln(x^2 + 9)\right]_0^3$.
3. Donc $A_2 = \frac{27}{4}(\ln 18 - \ln 9) = \frac{27}{4}\ln 2$.

La valeur approchée est $4,679$ unités d'aire.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$A_2 = \frac{27}{4}\ln 2 \approx 4,679$ u. a.

Question 3°. Déduire des questions précédentes l'aire A de la pièce hachurée, en tenant compte de la symétrie indiquée, et arrondir au millième.

Sur la moitié droite, l'aire hachurée est l'aire du rectangle moins l'aire sous la courbe : $A_1 - A_2 = 6,75 - \frac{27}{4}\ln 2$. La pièce étant symétrique par rapport à l'axe des ordonnées, on double cette aire : $A = 2(6,75 - \frac{27}{4}\ln 2)$. L'unité graphique étant le mètre sur les deux axes, l'aire s'exprime en mètres carrés.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$A \approx 4,143\ \text{m}^2$.

2. Probabilités et statistiques appliquées à l'obsolescence programmée des smartphones

L'exercice étudie les obsolescences technique et logicielle de smartphones au moyen de probabilités conditionnelles, puis modélise le nombre d'appareils non réparables d'un lot par une loi binomiale. Il se termine par un test d'hypothèse bilatéral portant sur la proportion de personnes qui pensent qu'une marque pratique l'obsolescence programmée.

A. Probabilités conditionnelles

Question 1°. À partir des données de l'énoncé concernant 200 smartphones, compléter le tableau d'effectifs croisant les appareils touchés ou non par l'obsolescence technique avec ceux touchés ou non par l'obsolescence logicielle.

Sur 200 smartphones, les effectifs touchés sont 6 techniquement et 16 logiciellement. Parmi les 16 touchés logiciellement, 12,5 % sont aussi touchés techniquement, soit 2. On complète les autres cases à partir des totaux de lignes et de colonnes.

Smartphones	Touchés par l'obsolescence logicielle	Non touchés par l'obsolescence logicielle	Total
Touchés par l'obsolescence technique	2	4	6
Non touchés par l'obsolescence technique	14	180	194
Total	16	184	200

Tableau d'effectifs complété

Smartphones	touchés par l'obsolescence logicielle	non touchés par l'obsolescence logicielle	Total
touchés par l'obsolescence technique	2	4	6
non touchés par l'obsolescence technique	14	180	194
Total	16	184	200

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

Effectifs croisés : 2, 4, 14 et 180.

Question 2°. Donner les probabilités P(T), P(L) et P_L(T), où T désigne l'événement « le smartphone est touché par l'obsolescence technique » et L l'événement « le smartphone est touché par l'obsolescence logicielle ».

Les deux premières probabilités sont les proportions indiquées dans l'énoncé. Pour la probabilité conditionnelle, on rapporte l'effectif touché par les deux obsolescences à l'effectif touché par l'obsolescence logicielle : 2 sur 16. Ces valeurs correspondent aux données du tableau complété.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(T) = 0{,}03$; $P(L) = 0{,}08$; $P_L(T) = 0{,}125$.

Question 3° a). À l'aide des questions précédentes, calculer la probabilité P(T ∩ L).

1. La probabilité d'être touché à la fois par T et par L est le produit de la probabilité de L par la probabilité conditionnelle de T sachant L.
2.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(T \cap L) = 0{,}01$.

Question 3° b). À l'aide des questions précédentes, calculer la probabilité P(T ∪ L).

Pour calculer la probabilité d'être touché par au moins un des deux types d'obsolescence, on additionne P(T) et P(L), puis on soustrait leur intersection, comptée deux fois dans cette somme. Ainsi, $P(T \cup L) = 0{,}03 + 0{,}08 - 0{,}01$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(T \cup L) = 0{,}10$.

Question 3° c). À l'aide des questions précédentes, calculer P_T(L), la probabilité que le smartphone soit touché par l'obsolescence logicielle sachant qu'il est touché par l'obsolescence technique.

On cherche la proportion de smartphones touchés par L parmi ceux touchés par T. Le numérateur est l'effectif de l'intersection et le dénominateur celui de T.

Calcul	Valeur
Effectif de T ∩ L	2
Effectif de T	6
Probabilité conditionnelle	2/6

La valeur est arrondie au millième, comme demandé dans l'exercice.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P_T(L) = 1/3 \approx 0{,}333$.

B. Loi binomiale

Question 1°. Justifier que la variable aléatoire X, qui associe à chaque lot de 50 smartphones le nombre d'appareils non réparables, suit une loi binomiale, puis en déterminer les paramètres.

Le prélèvement est assimilé à des tirages avec remise : les 50 tirages sont indépendants et la probabilité de tirer un smartphone non réparable reste constante. À chaque tirage, le succès étudié est « smartphone non réparable », de probabilité 4,5 %. La variable X compte le nombre de succès parmi les 50 tirages. Elle suit donc une loi binomiale de paramètres n = 50 et p = 0,045.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> X suit la loi binomiale B(50 ; 0,045).

Question 2°. Calculer la probabilité que, dans un lot de 50 smartphones, tous les appareils soient réparables.

Tous les smartphones du lot sont réparables si aucun n'est non réparable, c'est-à-dire si X = 0. La probabilité qu'un smartphone soit réparable est 1 − 0,045 = 0,955. L'indépendance des 50 tirages donne alors la probabilité cherchée : $P(X = 0) = 0{,}955^{50}$, arrondie au millième.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(X = 0) \approx 0{,}100$.

Question 3° a). Exécuter à la main l'algorithme et compléter le tableau pour i allant de 0 à 3 avec les valeurs de P(X = i) et les valeurs successives de S.

Pour chaque valeur de i, l'algorithme ajoute P(X = i) à la somme précédente. Les probabilités sont arrondies au millième pour compléter le tableau, tandis que les sommes successives sont calculées avec les valeurs non arrondies.

i	0	1	2	3
P(X = i)	0,100	0,236	0,272	0,205
S après l'étape	0,100	0,336	0,608	0,813

Tableau de l'algorithme complété

	0,100	0,236	0,272	0,205
	0,100	0,336	0,608	0,813

✓ RÉPONSE À RETENIR

Après i = 3, S ≈ 0,813.

Question 3° b). Donner la valeur de S à la fin de l'algorithme et interpréter le résultat.

La boucle additionne les probabilités correspondant à i = 0, 1, 2 et 3. La somme finale est donc P(X ≤ 3), c'est-à-dire la probabilité qu'un lot contienne au plus trois smartphones non réparables. On utilise la somme calculée avec les valeurs non arrondies, puis on donne le résultat au millième.

✓ RÉPONSE À RETENIR

S ≈ 0,813, soit 81,3 % des lots.

Question 4°. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X et interpréter le résultat dans le contexte des smartphones non réparables.

1. Pour une loi binomiale de paramètres n et p, l'espérance est E(X) = np.
2. Ici, E(X) = 50 × 0,045 = 2,25. À long terme, un lot de 50 smartphones compte en moyenne 2,25 appareils non réparables.

✓ RÉPONSE À RETENIR

E(X) = 2,25 smartphones non réparables par lot en moyenne.

C. Test d'hypothèse

Question 1°. Choisir parmi les trois propositions la valeur de h, arrondie au centième, telle que sous l'hypothèse nulle H0 la probabilité que F soit comprise entre 0,55 - h et 0,55 + h soit égale à 0,95. Aucune justification n'est demandée.

Sous H_0, la fréquence suit une loi normale de moyenne 0,55 et d'écart type 0,037. L'intervalle central de 95 % est approximativement situé à 1,96 écarts types de part et d'autre de la moyenne. Ainsi, h ≈ 1,96 × 0,037 = 0,07252. Arrondi au centième, cela donne la troisième proposition.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> h ≈ 0,07.

Question 2°. Énoncer la règle de décision du test bilatéral au seuil de signification de 5 %.

Au seuil de 5 %, la règle du test bilatéral utilise l'intervalle central de 95 % sous H_0. Avec h arrondi à 0,07, ses bornes sont 0,55 − 0,07 et 0,55 + 0,07.

- Ne pas rejeter H_0 si la fréquence observée appartient à [0,48 ; 0,62].
- Rejeter H_0 si elle est en dehors de cet intervalle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Ne pas rejeter H_0 pour f ∈ [0,48 ; 0,62] ; la rejeter hors de cet intervalle.

Question 3°. Pour l'échantillon de 180 personnes interrogées, dont 76 pensent que la marque B pratique l'obsolescence programmée, donner la conclusion du test.

La fréquence observée dans l'échantillon est f = 76/180 ≈ 0,422. Elle se situe sous la borne inférieure 0,48 de l'intervalle d'acceptation. Selon la règle du test au seuil de 5 %, on rejette donc l'hypothèse nulle p = 0,55. Les résultats de l'enquête ne sont pas compatibles avec la proportion annoncée par le sondage.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> On rejette H_0 au seuil de 5 %.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2018)

Bilan de l'épreuve : Épreuve de mathématiques du BTS, session 2018, groupement B, code MATGRB1, durée 2 heures. Le coefficient varie selon la spécialité, de 1 à 3. Elle comporte deux exercices de 10 points : le départ d'un train à propulsion électromagnétique et l'aire d'une pièce, puis l'obsolescence des smartphones. Les compétences évaluées couvrent équations différentielles, fonctions, intégrales, probabilités, loi binomiale et test d'hypothèse.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour y' - 0,2y = 0, les solutions sont de la forme y(t) = k e^(0,2t).
- La vitesse instantanée est la dérivée de la distance : v(t) = f'(t).
- Pour une loi binomiale de paramètres n et p, l'espérance vaut E(X) = np.
- Dans un test bilatéral, la décision s'appuie sur la comparaison de la fréquence observée à l'intervalle de décision sous H0.

Points de vigilance & attentes du jury

- Respecter les unités : distance en kilomètres, temps en minutes et vitesse en kilomètres par minute.
- Pour une probabilité conditionnelle, identifier l'événement conditionnant et son rôle dans le calcul.
- Dans l'algorithme, actualiser S pour chaque valeur de i, de 0 à 3 inclusivement.
- Pour le test, comparer la fréquence observée à l'intervalle de décision avant de conclure.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment déterminer la vitesse du wagon à un instant donné ?

La vitesse instantanée est la dérivée de la fonction distance. Il faut donc calculer f'(t), remplacer t par l'instant demandé, puis exprimer le résultat en kilomètre par minute, comme indiqué dans le sujet.

Q : Comment reconnaître une loi binomiale dans le problème des smartphones ?

On compte les appareils non réparables parmi 50 tirages assimilés à des tirages avec remise. Chaque tirage a deux issues, une probabilité constante de 0,045 et les tirages sont indépendants : X suit donc une loi binomiale.

Q : Comment gérer le temps dans cette épreuve de deux heures ?

Le sujet comporte deux exercices de 10 points, chacun divisé en trois parties indépendantes. Répartissez votre temps entre les exercices, avancez sur les questions accessibles et gardez quelques minutes pour vérifier calculs, unités et arrondis.

Q : Quels arrondis faut-il respecter dans l'exercice sur les smartphones ?

Sauf mention contraire, les résultats de l'exercice 2 sont à arrondir au millième. Les consignes particulières priment : l'exercice 1 demande notamment des arrondis au dixième pour certaines questions et au millième pour l'aire.

Sujet officiel associé (PDF) : https://bts-com.fr/assets/annales/bts-communication/E2 - Mathématiques/2018/BTS Communication - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf

Ressources BTS Communication : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.